

Annexe 7.2

Equations mathématiques utilisées dans le modèle numérique Comsol multiphysics

Les équations mathématiques utilisées dans le modèle numérique prennent en compte l'écoulement du fluide géothermal dans le milieu poreux et le transport de chaleur.

L'hydrodynamisme est résolu par les équations de Darcy au niveau du réservoir. L'écoulement n'est pas résolu dans les éponges assimilées à des solides imperméables. Celles-ci sont néanmoins conductrices de chaleur. Le transport de chaleur intègre :

- La convection dans l'aquifère (entraînement de la chaleur par l'eau en mouvement) qui est le mécanisme dominant ;
- La conduction dans l'aquifère et dans les éponges (flux de chaleur résultant du gradient de température) qui retarde la progression du front froid. Le transport de chaleur dans les éponges ne prend en compte que le mécanisme de conduction pure ;
- Le phénomène de dispersion thermique cinématique est pris en compte par un flux de chaleur résultant de l'hétérogénéité locale du champ de vitesse. Une dispersivité anisotrope de 20 m selon l'axe horizontal (x) et de 1 m selon l'axe transversal (y) a été retenue dans le cadre de cette étude ;
- Les écoulements gravitaires sont négligés ;
- Le gradient géothermique est négligé (la température initiale des différentes couches est constante selon toute verticale).
- Les vitesses d'écoulement du fluide sont utilisées pour coupler les transferts hydrauliques et les transferts thermiques. En effet, les températures relevées aux puits de production sont dépendantes de la vitesse d'écoulement entre les puits.

L'équation générale décrivant l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux sous les effets d'un gradient de pression et de la gravité est donnée par la Loi de Darcy :

$$S \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \left[\frac{k}{\eta} (\nabla P + \rho_f g \nabla D) \right] = Q_f$$

avec :

S : le coefficient d'emmagasinement du milieu poreux

P : la pression du fluide

t : le temps

k : la perméabilité intrinsèque du milieu poreux

η : la viscosité dynamique du fluide

ρ_f : densité du fluide

g : l'accélération de la pesanteur

D : l'élévation verticale

Q_f : le débit volumique de fluide extrait ou soustrait par unité de volume du milieu poreux (terme source)

Le transport de chaleur par convection et conduction dans l'aquifère est décrit par l'équation générale suivante :

$$C_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(K_{eq} \nabla T) = -C_L u \nabla T + Q_C$$

avec :

C_{eq} : la capacité calorifique volumique de l'ensemble fluide / roche

K_{eq} : la conductivité thermique de l'ensemble fluide / roche

où : $K_{eq} = K_{DISP} (C_L, \lambda, \eta) + K_{PM}$ avec K_{DISP} : la dispersivité thermique du milieu dépendante des coefficients de dispersivité ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)

K_{PM} : la conductivité thermique du milieu poreux

C_L : la capacité calorifique volumique du fluide

u : la vitesse du fluide (vitesse de Darcy)

Q_C : le terme source de chaleur